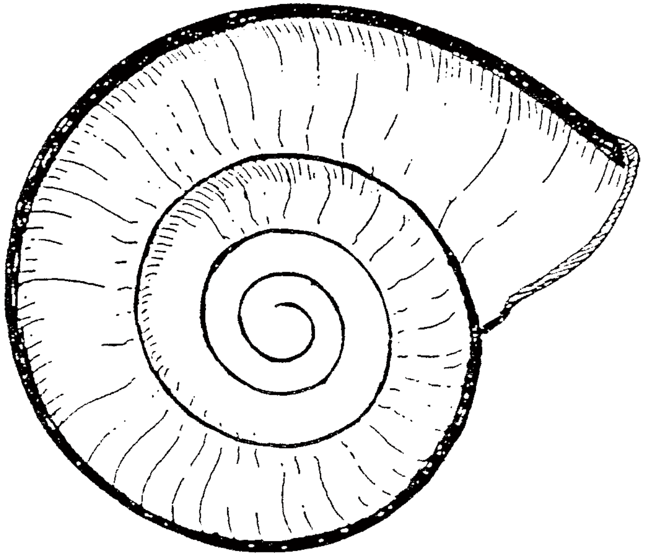


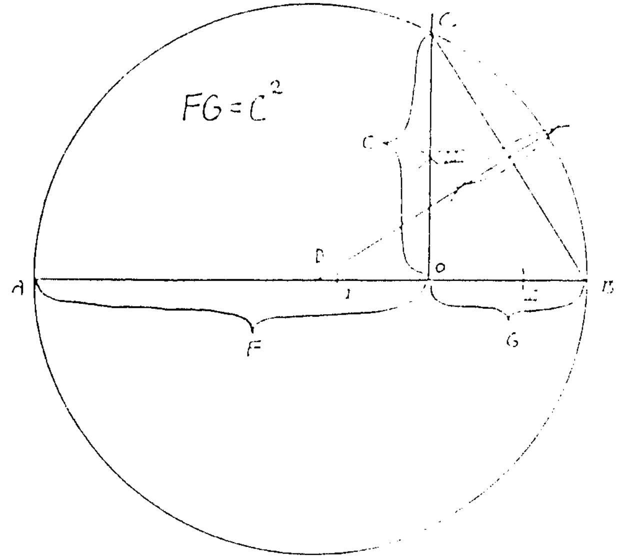
DIE GRUNDMETRIK DER HOLZKÖRPER

aus

Figurazione III

von

SVERRE KOLBERG



Durch freie Methoden

GRONINGEN A.D.: M.CM.LXXX.IX

VORWORT

Diese Darstellung ist mit kap.V in FIGURAZIONE 5 identisch. Sie wird extra herausgegeben um kollegen und andere Iteressierten eine Einsicht in den Rechenmethoden zu geben.

Ich stelle öffter fest dass, die geometrische Grundbildung, besonders auf die sprachlichen und Künstlerischen Wegen der modernen Schulausbildungen sehr mangelhafft ist. Deswegen sind einfachste Methoden sowie "Lot aufrichten", die Halbierung des Winkels und der Linie, die Transponierung eines Winkels uzw. ausführlich beschrieben, und ich hoffe imgrunde dass, alle Bildungsstufen hiervon ihr Vergnügen haben werden.

Ton Moonen fragte mich vor einem Jahr nach dem logaritmischen "Schrumpffaktor pro Oktave" bei Orgelmensuren. Ein begriff das aus dem klassischen Orgelbau geliehen ist. Und ich habe seine Frage nur schlecht beantworten können. Aber die Frage hat mich auf eine entscheidende Spuhr gesetzt, und dafür bin ich ihn sehr dankbar. Ich habe das Problem von der Umrechnung von Blockflöten auf beliebigen Grössen für meine Zwecke endlich lösen können.

Man stösst dabei auf ein Grundproblem in der Geschichte der Matematik, nähmlich die Diskontinuität der Exponenzialfunktionen bei allen irrationalen Zahlen. Beispiel: Wie multipliziert man eine Zahl etwa Pi mal mit sich selbst? Das hat bisher kein Mensch geschaffen, und deswegen ist wohl die ganze Problematik bis in der Mitte des 17. Jahrhunderts vermieden worden. Aber die Schnecken scheinen eben keine Schwierigkeiten damit zu haben, und deshalb sollte man sie sehr hoch achten.
Erst nachher habe ich von Pascals Spirale gehört, und sowie ich Blaise PASCAL aus seine "Pensees" kenne werde ich ohne weiters seine Orginalarbeit als wahrscheinlich die klaarste und einfachste Darstellung und zwar für Jedermann empfehlen.

Tangens- tabelle in Keilschrift sind in Mesopotamien gefunden. Sie sind bei der Konstruktion von Pyramiden unentbehrlich, und sie erleichtern die Landvermessung ganz entscheidend.
Johannes Keppler weist in HARMONICES MUNDI buch 5 auf praktischen geometrischen Tabellen für Quadrat &Kubikzahlen und Wurzeln. Daraus hat er selbst die 3/2 und 2/3 - exponierungen berechnen müssen.
Und ich darf auf die höchst interessante Auflösung des Exponenzialproblems auf Seite VII in diesem Artikel hinweisen.
Winold van Pütten, Zwolle, berichtet dass, Logaritmentabelle um 1720 unter "intelligent organ- makers" aufgetaucht sind.

Groningen Febr 89
Sverre Kolberg.

Die Grundmetrik der Holzkörper

Definitionen und Abkürzungen:

KL= die Klingende Länge = der Abstand vom Block bis zum untersten Ende der Flöte.

BD= "Blockline-Diameter" = der Bohrungsdiameter am untersten Ende des Blockes

M= die Mensur = BD/KL

d= der kleinste Diameter= der Bohrungsdiameter an der untersten Node des tiefsten Tones,mit einem kleinen Flötenfisch empirisch gefunden (s. FIGURAZIONE II (=FIG.II) S. 11 Abschn. 3). Normalerweise ist dies der kleinste Bohrungsdiameter in der Flöte,aber bei nahezu zylindrischen Flöten können kleinere Diameter weiter oben vorkommen. Die Definition wird trotzdem auf diese spezielle Node bezogen,damit sie mit der in FIG.II beschriebenen Akustik übereinstimmen kann

Con= die Konizität = BD/d

W= Wandstärke= der äussere Diameter bei Blockline/BD

Nun möchte ich eine Methode einführen,mit der man sich von der fixen Konizität und dem fixen Kammerton befreien kann.Diese Freiheit ermöglicht nämlich,dass man sein freies Längen-und Frequenzmass aus fast jeder beliebigen Flöte nehmen und auf jede beliebige Tonhöhe und Konizität projezieren kann.

Zunächst: Wie macht man es normalerweise?
Bei den kleineren Korrekturen der Klingenden Länge erinnert man sich an das Ausziehen der Flöte. Ein,zwei oder drei Haferkornbreiten,und zwar nach Augen- und Ohrenmass. Das ist,was man von jedem beliebigen Geiger erwarten kann: das kombinierte Wissen von Tonhöhe und klingender Länge.
Wenn man aber über eine halbe Fingerbreite hinaus geht,kommt die Flöte aus ihren Proportionen. Will man also über dieses Mass hinaus korrigieren, müssen alle Holzmasse proportional folgen. Mit der Löffelbohrertechnik dürfte dies kein Problem

sein, sieht FIGURAZIONE 1.
Man speichert einfach den Umrechnungsfaktor KL_2/KL_1 im Gedächtnis des Taschenrechners und rechnet $X_2=X_1 \times RM$. Oder man stellt den Umrechnungsfaktor auf dem Rechenschieber ein. Aber - dies setzt eine böse und irrationale Digitalisierung der Holzmasse voraus, die uns die Möglichkeit versperrt, hinter das alte Wissen zu kommen.
Stattdessen empfehle ich die lineare proportionale Projektion durch Parallelverschiebung nach EVKLID. Das dürfte historisch vertretbar sein.

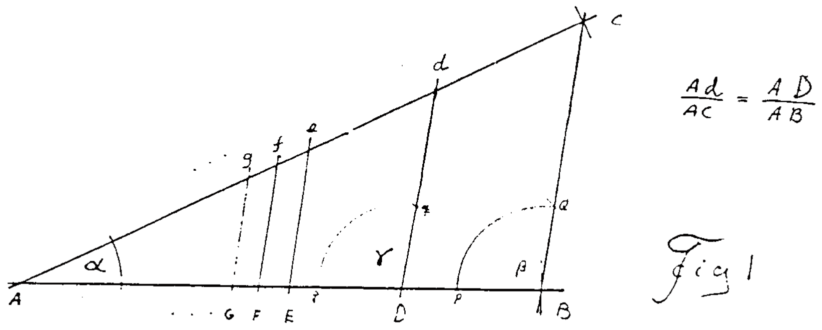


Fig 1

EVKLID VI, 10

Die Strecke AB ist die gegebene Klingende Länge, von der man ausgeht. Für die hypothetische, berechnete oder geschätzte Klingende Länge zeichnet man die Strecke AC, wobei der Winkel α beliebig ist, und verbindet B und C. Auf AB zeichnet man die Proportionen der gegebenen Flöte ein, z.B. D, E, F, G, etc.
Um B schlägt man dann einen Kreisbogen mit beliebigem Radius, und denselben Kreisbogen schlägt man auch um D. Dann wird der Winkelbogen (der Abstand PQ) auf D übertragen. PQ also gleich pq. Dann verlängert man die Linie Dq bis d. Der Winkel β ist so gleich dem Winkel γ, und die Linien BC und Dd sind parallel. Die Proportion Ad/Ac ist dann gleich AD/AB. So kann man jede beliebige Proportion linear umrechnen.

Für kleinere Korrekturen bis zum Halbtonabstand kann man es sich einfacher machen. Über meiner Drehbank, auf dem Brett, auf

dem das Werkzeug liegt, steht geschrieben: $\sqrt[12]{2} = 1.0594..$ die Halbtonstufe.. So knappe 6%. Weitere Teile davon schätzt man nach Ohrenmass gut genug. Ein Viertelton ist dann knappe 3% nicht wahr? und auf diese Weise kommt man leicht in die Dimensionalität der Haferkornbreiten pro erkennbare Verstimmungen.

Am Brett darüber, wo das Messwerkzeug liegt, sind in die ganze Brettkante wichtige Masse eingeschnitten: Die Klingenden Längen von wichtigen, Standard-Flötenkonstruktionen, empirisch gefunden.
Da stehen Flöten im Halbtonabstand, Kammerton 392, 412, 440, 460 zB. Hier interpoliert man einfach.
Wichtige Masse in einer Brettkante im Haus zu haben ist alter Brauch. Der Meter am Tisch in alte Läden ist nur eine Variante davon. Und wenn es in ein tragbares Lineal eingekerbt ist, dann sprechen wir von der "Elle" oder in Norwegen vom "Primstav", der Primär-Stab. Der MASS-STAB. Gewöhnliche Bauern hatten dann den alten, katolischen Kalender, der Zoll, der Fuss, und die Elle im Primstav. Und er wurde zugrunde gelegt wenn man zB weitere Bootskonstruktionen in Noah's Proportionen baute um nach Shetland zu fahren. 30 Fuss lang, 5Fuss breit, und 3 Fuss hoch kommt gut hin. Ungewöhnliche Bauern hatten dann weiter die Flötenmassen im Primstav, versteht sich. So ein Lineal mit Grundmassen lässt sich an die Strecke AB in Evklids Konstruktion anlegen und abzeichnen.

Das Umrechnen der Konizität.
Bei Änderung der Konizität von 5/3 (=sehr konische Barock-Flöten. 5/3 ist die grosse Sext, sieht nächstes Kapitel) bis fasst zylindrisch muss KL um etwa eine Halbtonstufe verlängert werden. Sieht FIGURAZIONE 2 Seite 17, die "Gummiregel". Ich interpoliere in solchen Fällen offt auf die Stufen in meiner Brettkante, und stelle die genaue Konizität mit dem Flötenmesser nach. Sieht F.2 Seite 11, 3. Abschnitt.

Aber falls man eine algebraische Regel braucht schreibe ich

$KL_2 = KL_1 \times (1+(Con_1-Con_2) \times 3/5) \times (2 \text{ Inv } y^x \text{ } 12 - 1)$

in Taschenrechnernotation. Der Halbtonfaktor, zwölfte Wurzel aus zwei, ist eben empirisch, und ich garantiere nur für etwa 10% Genauigkeit in den Dezimalen .0594.....
Man behalte bitte auch im Auge, dass über den Löcherpositionen noch nichts gesagt ist. Das kommt beim Aufmachen.
Das Prinzip der Löcherprojectionen bei Änderungen der Konizität ist allerdings schon in der Gummiregel formuliert.

Für die Anpassungskonstruktionen für grössere Abstände wie Terz, Quart ,Quint,Oktav,etc. braucht man immer zwei gut auf einander abgestimmte Flöten als Grundmass, z.B. ein Paar im Quintabstand. Beide Flöten müssen empirisch verfeinert sein und auf einander abgestimmt sein - im Sinne dessen.was in FIG.II S.18.3. Abschn., und S.16, 2.Abschn. gesagt wurde. Und gut zusammenstimmen heisst, dass man sie beide in denselben Mund stecken und schöne,harmonische Intervalle mit den Linke-Hand-Griffen spielen kann!
Denn, um Luft zu sparen und die Griffe zu verkürzen,haben die grossen Flöten meist eine grössere Konizität und eine kleinere Mensur. Dadurch können Luftverbrauch,Gewicht und KL reduziert werden,und der Ton wird heller und obertonreicher davon. Entsprechend haben die kleinen Flöten relativ grössere Löcher und gröbere Mensur,kleinere Konizität,längere Griffe,längere KL.
Die KL ist also nicht unbedingt proportional zu den harmonischen Abständen. Die Diskantflöte in G steht zB. im Quintabstand zum Tenor in C, und das harmonische Verhältnis ist 3/2.
Weil aber der Tenor ein bisschen "geschrumpft" ist, finden wir KL_C / KL_G ein bisschen kleiner als 3/2. Def.: Die Schrumpfung pro Quinte finden wir durch $S_q = (KL_C / KL_G) / 3/2$. Sie kommt eben auf ein bisschen weniger als eins. Ich finde $S_q = 0.957..$ aus einem empirisch entwickelten Flötenpaar im Quintabstand.
S_q ist dann konstant für Flöten im Quintabstand, über mehrere Oktaven, und das lässt sich ausnützen.
Eine solche Funktion, die über gleiche Stufen (zB über Quinten) um denselben Faktor wächst oder eben schrumpft, nennt man eine Exponentialfunktion. Beispiele solcher Funktionen in der Natur sind die Schneckenhäusser. Sie wachsen Stufe für Stufe um ein konstanten Faktor grösser. Die Menge des Vorigen ist die Ursache des Darauffolgenden, durch einen konstanten Faktor pro Stufe. Über zwei Stufen muss man zweimal mit dem Faktor multiplizieren, also mit dem Faktor hoch zwei, und über n Stufen multipliziert man mit dem Faktor hoch n. Entsprechend kann man die Exponenzialfunktion in andere Intervalle einteilen zB jedes Intervall in n Teile. Der Faktor pro Teilstufe kommt dann als n-te Wurzel aus dem bekannten Stufenfaktor oder der Stufenfaktor hoch 1/n.
Der Faktor pro Quinte wurde gefunden, und wir wollen eben den Faktor pro jedes beliebige andere Intervall finden, zB pro Oktave.

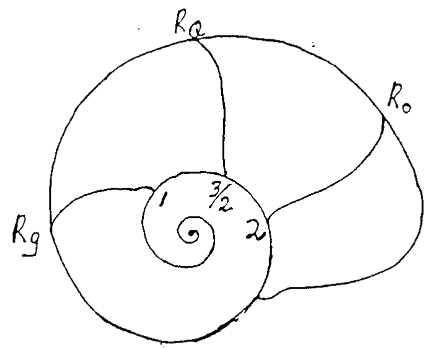


Fig 2

Um welchen Faktor ist der Radius von 1 bis 3/2 gewachsen?
Antwort: R_q / R_g
Und über welches Winkelintervall? Über den Winkel 3/2-1
Um welchen Faktor ist der Radius von 1 bis 2 gewachsen?
Antwort: R_o / R_g
Und über welche Winkel? Über 2 - 1 .

Und damit haben wir Data genug. Der Schrumpffaktor pro Quinte wurde auf 0.957... berechnet. Er entspricht R_q/R_g , und er ist der Stufe 3/2 -1 zugeordnet. Dann ziehen wir einfach die 3/2-1 te Wurzel daraus, um auf die "Einheitsstufe" zu kommen, und 3/2-1 ist soviel wie 1/2. Die 1/2 te Wurzel ist das Quadrat, und um es an die Oktave zu-zuordnen, exponieren wir es wieder hoch 2/1-1, und das ist genau soviel wie Eins. Wir machen also gar nichts mehr damit , denn eine Zahl hoch Eins ist die Zahl selbst.

Das war die digitale Methode; für die analoge Methode sollte man eine schöne Ammonite oder eine Weinbergschnecke suchen, denn sie haben wirklich schöne Exponenzialkurven in sich.

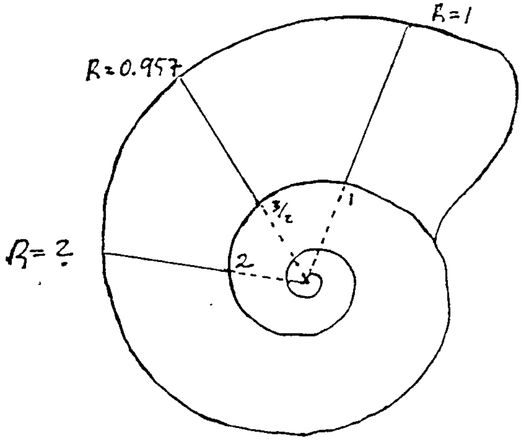


Fig 3

Darauf wählen wir eine beliebige Stelle 1, messen dort den entsprechenden Radius, und suchen weiter bis wir den 0.957..-fachen Radius finden, und zeichnen dort den Winkel 3/2 ab. Dann extrapolieren oder interpolieren wir einfach den Winkel weiter auf 2, 4/3, 5/4 ... oder was wir eben brauchen, und messen den Radius auf diese neue Stelle. Man besorge sich unter allen Umständen eine schöne Schnecke, denn sie sind sehr Barock. Und vorausgesetzt dass, man die Schnecken verstanden hat, nimmt man heute mit gutem Gewissen die schnellere Schnecke , zB ein SHARP Scientific Calculator EL 530 und berechnet:

$$S_o = S_q^{((2/1-1)\ /\ (3/2-1))}.$$

Oder in Worten und für den allgemeinen Fall: Der gesuchte Schrumpffaktor pro neues Intervall ist der bekannte Schrumpffaktor bei einem bekannten Intervall hoch neues Intervall minus eins durch das bekannte Intervall minus eins.
Die Intervalle werden dann als zahlenharmonische Brüche notiert, s. Johannes Keppler, HARMONICES MUNDI Buch III indem:
3/1 = Duodecima, 2/1 = Octav, 3/2 = Quint, 4/3 = Quart, 5/4 = Durterz, 6/5 = Mollterz, 8/5= kleine Sext, 5/3 = grosse Sext.
Ausser diesen Proportionen gibt es keinen anderen harmonischen Teilungen des Monochordes, infolge den kaiserlichen Hofmathematikern J. Keppler.

Man multipliziert mit dem Schrumpffaktor wenn man grössere Flöten macht, und dividiert wenn man kleinere Flöten macht. Beispiele:

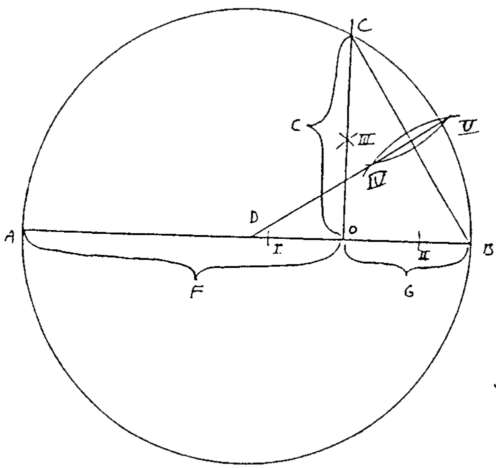
$KL_{C2} = KL_C\ /\ 2 \times S_{oktave}$ $\qquad KL_C = KL_G \times 3/2 \times S_{quinte}$

$KL_G = KL_C\ /\ (3/2) \times S_{quinte}$ $\qquad KL_G = KL_{C2} \times 4/3 \times S_{quart}$

Die Exponenzialformel auf Seite VI gilt für alle Intervalle, und man könnte den Exponenten auf Differenzialform bezogen auf Frequenz oder Länge schreiben. Ich möchte aber wohl erwähnt haben,dass der Exponent bei der ältere "Kepplersche" Weisse sehr interessant aufgeht indem er 2 wird, wenn man Quinte auf Oktave, Oktave auf Duodecima, und grosser Terz auf Quinte umrechnet. Da quadriert man also den Schrumpffaktor. Umgekehrt zieht man die Quadratwurzel wenn man den umgekehrten Weg rechnet. Von Quart bis Oktav bekommt man 3 als Exponent, die Kubus, und die Kubikwurzel auf dem umgekehrten Weg. Von Quart zur Quint gibt die Quadratwurzel des Kubus, und von Quint zur Quart gibt die Kubikwurzel des Quadrates. Solche Sachen sollte man sich nicht entgehen lassen falls man weitere Mathematische Interessen in dieser Sache hat.

Dieses Prinzip gilt dann weiter für alle Flötenmasse. Aus zwei gut konsonierende Flöten in grossem Abstand kann man die Massen für eine dritte Flöte in einem anderen Abstand berechnen.
Oder man kann sogar untersuchen ob gegebene, historische Flöten zur selben "Tüp" gehören, indem man vielleicht auch KL für abweichende Konizitäten auf eine abstrahierte Normalkonizität korrigiert. Ich konnte zB. bei den Flöten in Brüggens Sammelung BD nach Morgans Aufmessungen untersuchen. Die Schrumpffaktoren für BD unter mehreren Flötenpaaren in grossen Abständen wurden auf die Oktave umgerechnet, und sie sammelten sich um 0.92 etwa. Aber sein Stanesby Junior B-Tenor weicht sehr davon ab. Er ist viel mehr verkleinert als gewöhnlich für Barockflöten. S pro Oktave liegt da um 0.8, verglichen mit Bressans, Stanesby Seniors, Steenbergens, und Halletts Arbeiten. Es betrifft also BD. Der B-Tenor ist also scheinbar eine "Neuentwickelung".

Ein wichtiger Spezialfall entsteht wenn man Flöten in denselben harmonischen Intervallabständen weiter baut, wie zB. im G-C-C-F- Quartett. Da konstruiert man einfach das sehr gut konsonierende Flötenpaar C-G im Quintenabstand, und ich empfehle zunächst die perfekte Tenorflöte zu bauen und eine G-Diskantflöte mit etwas kleinerer Konizität und gröberer Mensur daran anzupassen. Die Versuche und die eventuellen Verwerfungen macht man nähmlich mit der kleinsten Flöte. Und wenn das gut konsoniert, konstruiert man einfach in voller Grösse auf dem Boden:



$$\frac{F}{C} = \frac{C}{G}$$

$$\Downarrow$$

$$FG = C^2$$

EVKLID VI, 13.

Fig 3

Man zieht erst eine lange Linie AB. Im Punkt o richtet man das Lot auf, man setzt die Zirkelspitze in o, und zeichnet denselben beliebigen Abstand auf beiden Seiten ab. In den dadurch erhaltenen Punkten I ,II setzt man die Zirkelspitze auf's neue auf und kreuzt mit einer grösseren Zirkelöffnung einen neuen Punkt III oberhalb von o an. Die Linie zwischen o und III ist die Normale zu AB in o weil man den Winkel AoB (=zwei gerade) in zwei geteilt hat.
Dann legt man die G-Diskantflöte an o an und zeichnet B ab. In gleicher Weise legt man den C-Tenor entlang der Normale in o, und erhält so C. Indem man um B einen Kreis bis über

die Hälfte von BC hinaus schlägt, und dasselbe von C aus tut, entstehen zwei weitere Punkte IV und V, die denselben Abständen zu B und C haben weil man die Zirkelöffnung nicht geändert hat. Auf die gerade Linie durch IV und V liegen dann alle Punkte die denselben Abstand zu B und C haben. Deswegen kann man diese Linie bis zur Schneidung mit AB verlängern, Punkt D, und die Zirkelspitze in D stecken. Die Zirkelöffnung kann man dann bis B öffnen und den Kreis schlagen. So findet man A. AoB ist dann der Diameter weil er gerade ist und weil das Zentrum darauf liegt, der Kreis schneidet auch C weil..(rate mal). Die Dreiecke AoC,oBC, und ABC haben jetzt gemeinsame Winkel und Seiten, und oC ist die mittlere Proportionale zu Ao und oB. Ao ist dann die Klingende Länge des F-Basses, weil der Schrumpffaktor von C bis F derselbe wie von G bis C ist, und beide Paare im Quintabstand stehen. Es gehört nur noch ein zweiter C-Tenor dazu. "Das Quadrat der Tenore ist das Produkt von Diskant und Bass,oder der Tenor ist die mittlere Proportionale zu Bass und Diskant!"
Der Radius des Kreises entspricht dem Kammerton und man hat so das Quartett im Kreis eingeschrieben. Der empirische Punkt o kann dann weiter nach links oder rechts reguliert werden. Bei zusammenstimmenden Flöten reguliert man dadurch die Konizitäten und die Mensuren. Schiebt man den Punkt o nach rechts, dann hellt sich die Diskantflöte auf und der Bass wird dunkler. Schiebt man ihn nach links,dann wird der Bass heller und Obertonreicher und der Diskant wird dunkler.
Dies kann auf gleiche Hörbarkeit aller drei bzw. vier Flöten reduziert werden.
Die Grundkonstruktion behält man am besten auf dem Boden der Werkstatt, denn darauf steht man gut. Es ist die Konstruktion der "Kepplerorgel", und wenn man sich an Folgendes erinnert:

Diskant = PLOKE, Merkur, Quecksilber, Beweglichkeit
Alt = TONE, Venus, Kupfer, das Öl in die Maschiene
Tenor = PETTEIA, Mars, Eisen,die distinktive Sprache
Bass = AGOGE, Jupiter, Zinn,Reichtum, Gravitation

dann läuft das Ganze auf ein Engelchörchen in A= 460 von 1619 hinaus.

Mensuren und Konizitaten sowie Wandstarken konnen in gleicher Weise behandelt oder wenigstens untersucht werden. Ich rate aber davon ab, zu viele Messkriterien in dieser Weise anzulegen. Die Expressivitat eines Quartettes ist durch die innere Bezogenheit der Instrumente aufeinander gegeben, und vor allem auf hörbarer Ebene.

Das freie Flötenmachen nach Ohrenmass und Klangkriterien muss erst beherrscht sein, und dann kommen erstmal die exponentialen Ekstrapolierungen oder Interpolierungen und die Lineären Projektionen über gleiche Intervalle sowie beim G-C-C-F-Quartett als gute Rahmen und Hilfsmittel, damit man nicht etwa eine Bassflöte zweimal machen muss weil man den Kammerton nicht getroffen hat.
Was, aus dem Quartett strahlt,sind die harmonische Konsonanz und die gleiche Hörbarkeit der vier Stimmen, hervorgerufen durch die wohlentwickelte und ausgeprägte, gleichgewichtige Individualität von PLOKE, TONE, PETTEIA, und AGOGE,..... Merkur, Venus, Mars, und Jupiter. Ein häuffiger Fehler ist dass, die Diskantflöte Brilliert hat, und die anderen Stimmen hat man gar nicht gehört. Oder man hat den schwächsten und trockendsten Musiker in die Altstimme gesetzt, weil sie so einfach aussieht. Alt = TONE- sie sollte die Funktion des Schmieröls übernehmen können. Und deshalb liegt sie besser im zweiten Register einer Tenorflöte, und nicht in den schwachen Tiefen einer industrielle Altflöte. Den Dirigenten setzt man am Besten in die Bass-stimme. So funktioniert es unter den Planeten. Jupiter, der Göttervater, hat als Planeten die grösste Masse und Authorität, und hält so die Kontrolle über die Umlauf-Rhythmen des Planetensystems. Und er schickt sogar die schnellen Kometen auf neue Bahnen.

Auf einem zeitgenössischen Stich war folgendes zu sehen: Der Kontratenor schaute aus dem Fenster, der Bass guckte ins Buch, und der Tenor hatte seine gierigen Augen im Neglige' des Altes.
Das Hohe, das Tiefe, und das was dazwischen ist - das ist historisch korrekt.

Nun können schlichte Flöten aufgespannt und gedrechselt werden. Die Körperform der schlichten Floten geht von KL aus, die kopiert, berechnet, oder geschätzt sein muss. Und man muss sich für die etwaige Konizität und die ziemlich genaue Mensur entschieden haben. Aus KL und Mensur hat man BD durch:

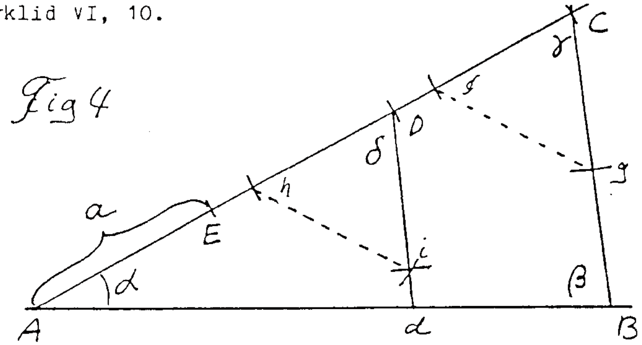
BD= KL x Mensur

und der äussere Diameter der Blockline erhält man indem:

Aussere Diameter = BD x Wandstärke

Hier empfehle ich aber wieder die geometrische Methode weil die Wandstärke der Altflöten zB. offt 5/3 ist.
Man sollte sich möglichst an solche rationalen Brüche halten.
Um eine beliebige, gegebene Linie in eine beliebige Anzahl gleicher Intervalle zu teilen, empfehle ich eine Variante von Evklid VI, 10.

Fig 4



Man will die gegebene Strecke AB in zB. 3 gleiche Teile aufteilen. Man zeichnet dann eine neue Linie durch A, im beliebigen Winkel Alpha zu AB. Auf diese neue Linie setzt man 3 mal hintereinander die gleiche, und beliebige Strecke a mit dem Zirkel ab und verbindet der letzte Punkt C mit B. Damit hat man die beliebige, aber genau dreigeteilte Linie AC konstruiert, und sie kann entsprechend Fig. / auf eine gegebene Linie AB projiziert werden.
Man sticht dann den Zirkel in C und setzt mit einer beliebige Zirkelöffnung den Punkt f ab, und mit derselbe Zirkelöffnung setzt man weiter den Punkt g auf BC ab. Cfg bildet dann ein Dreieck mit zwei gleiche Seiten, und diese zwei gleichen Seiten treffen sich im Winkel Gamma. Dasselbe wiederholt man in D, man setzt die Zirkelspitze in D und setzt mit der-

selbe Zirkelöffnung den punkt h und den Abstand Di ab, ohne das genommene Mass in der Zirkelöffnung zu ändern.
Dann nimmt man das Mass fg in der Zirkelöffnung und setzt es von h bis i ab. Zieht die Linie durch D und i, und verlängert sie bis d.
Winkel δ ist jetzt gleich Winkel γ weil der Abstand Cf gleich der Abstand Cg gleich Dh gleich Di ist, und der Abstand hi ist gleich der Abstand fg. Es sind zwei Dreiecke mit gleich konstruierten Seiten, und sie haben dann auch gleiche Winkel. Evklid 1,8.
So transponiert man ein Winkel. Und wenn solche Dreiecke auf eine gemeinsame Linie AC stehen, dann sind die anderen Seiten paralel zu einander.
Dasselbe kann man dann in E uzw. wiederholen.

Jeh nach Anzahl von gleichen Schritten womit man die Linie AC aufbaut kann man die beliebige Brüche m/n von der gegebene Linie AB machen, wo m und n natürliche Zahlen sind.

Bei Blockline teilt man dann wohl BD in drei, und addiert zwei Drittel dazu um die Wandstärke 5/3 zu haben.

In der Praxis macht man Paralelverschiebungen sehr gut mit Lineale und nur auf Augenmass, und es kommt technisch genauer mit sehr langen Linien über kleinen Dreiecken. Freie Paralelverschiebung mit eine scharfe Lineale und auf Augenmass ist altbewährt in der Technische Konstruktion und in der Navigation, es schliesst eine doppelte Messoperation mit irrationale Digitalizierung aus, und in der Praxis ist es schneller als Digitalizierung und rechnung mit Taschenrechner.

Litt: S.Kolberg. Proportiobegrepet hos Gallilei sammenlignet med fysikernes senere bruk av definisjonsligninger for å beskrive fysiske relasjoner. Norsk filosofisk tidsskrift Nr.3/4 1970.